

Examen: Vibration, Onde & Optique géométrique

Durée : 1h30 (Matériel autorisé, calculatrice. Tout autre matériel est interdit) date : 18/01/2023

Questions directes

- 1- Citez les quatre types d'oscillateurs harmoniques? Donner les équations différentielles associées pour chaque oscillateur ?
- 2- L'énergie mécanique d'un oscillateur harmonique est-elle constante ?
- 3- Quel domaine de longueur d'onde correspond à la lumière visible ?
- 4- Citez les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction d'un rayon lumineux.
- 5- Rappeler le formalisme de Lagrange pour un oscillateur à n degré (le cadre générale) ?
- 6- La quantité $2\pi x / \lambda$ a comme unité:
a. le mètre. b. le m^{-1} . c. sans unité.
- 7- Un nombre d'onde a comme unité :
a. le mètre. b. le m^{-1} . c. sans unité.
- 8- La vitesse de la lumière (vitesse de propagation des ondes électromagnétiques) est proche de :
a. $300\,000\, km \cdot s^{-1}$. b. $300\,000\, m \cdot s^{-1}$. c. $300\,000\,000\, km \cdot h^{-1}$.
- 9- La pression est une force par unité de surface. Sa dimension est :
a. LT^{-1} . b. $L^{-1}MT^{-2}$. c. $L^{-2}MT^{-1}$.

Exercice 1

Une onde électromagnétique de fréquence f égale à $500\,000\, GHz$ se propage dans le vide.

- Quelles sont sa vitesse de propagation et sa longueur d'onde ?

Exercice 2

Soit un système électrique (L_{ind} , C_{ap}) en série représenté dans la figure 1 comme suit :

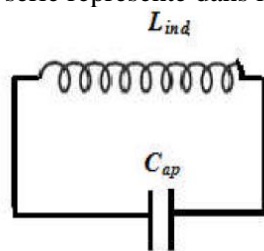


Figure 1 : circuit (L,C)

- A partir des lois du Kirchhoff, établir l'équation différentielle du mouvement.
- En déduire la pulsation propre du mouvement.

Exercice 3

Calculer la fréquence ainsi que la longueur d'onde d'un photon qui possède une énergie égale à l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène.

On donne l'énergie d'ionisation d'hydrogène : $E = 1.31\, MJ \cdot mol^{-1}$

Correction d'Examen: Vibration, Onde & Optique géométrique

Questions directes (6pts)

- Les quatre types d'oscillateurs harmoniques (2pts):
 - Système masse-ressort : $\ddot{x} + w_0^2 x = 0$ avec $w_0^2 = k/m$ (0.5pts)
 - Pendule simple : $\ddot{\theta} + w_0^2 \theta = 0$ avec $w_0^2 = g/l$ (0.5pts)
 - Oscillateur électronique : $\ddot{q} + w_0^2 q = 0$ avec $w_0^2 = 1/LC$ (0.5pts)
 - Modèle harmonique de la liaison atomique : $\ddot{x}_{12} + w_0^2 x_{12} = 0$ avec $w_0^2 = k/2m$ (pour la molécule hydrogène avec deux masses identique) (0.5pts)

- Oui l'énergie mécanique d'un oscillateur harmonique est constante (0.5pts):
l'énergie totale $E_t(t) = E_p(t) + E_c(t) = cst$
 - L'énergie mécanique totale d'un oscillateur harmonique est conserver:

$$\frac{dE_{mec}}{dt} = 0$$

- Domaine de longueur d'onde correspond à la lumière visible (compris entre 380~800 nm) (0.5pts)

- Les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction d'un rayon lumineux (0.5pts):

Les lois de Descartes pour la réflexion s'énoncent ainsi :

- 1. le rayon réfléchi est compris dans le plan d'incidence,
- 2. les angles d'incidence i et de réflexion r , sont liés par la relation :

$$r = -i.$$

- 3. l'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction i_2 sont liés par la relation :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

- le formalisme de Lagrange pour un oscillateur à n degré (le cadre générale) (0.5pts):

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \dot{q}} = F_{qext}$$

- La quantité $2\pi x / \lambda$ a comme unité (0.5pts):
c. sans unité.
- Un nombre d'onde a comme unité (0.5pts):
b. le m^{-1} .
- La vitesse de la lumière (vitesse de propagation des ondes électromagnétiques) est proche de (0.5pts):
a. 300 000 km·s⁻¹.
- La pression est une force par unité de surface. Sa dimension est (0.5pts) :
b. L⁻¹MT⁻²

Exercice 1 (4)

- La vitesse de propagation dans le vide est $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$.
- La longueur d'onde dans le vide est donnée par $\lambda = \frac{c}{f} = 0.6 \times 10^{-6} m = 0.6 \mu m$ cette onde appartient au spectre visible et de couleur rouge.

Exercice 2 (5)

Si on note I l'intensité du courant dans le circuit et q la charge du condensateur, la différence de potentiel aux bornes de l'inductance est $L \, dI/dt$ (0.5pts) et celle aux bornes du condensateur est q/C (0.5pts). D'autre part, l'intensité est reliée à la charge par $I = dq/dt$ (0.5pts).

La loi des mailles appliquée à ce circuit donne donc :

$$\frac{Ld^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad (1\text{pts})$$

ou encore

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

Encore une fois, la constante $1/LC$ est homogène à l'inverse d'un temps au carré, et on écrit l'équation pour la charge instantanée :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (1.5 \text{ pts})$$

$$, \text{ avec } W_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (\text{la pulsation propre du système}) \quad (1\text{pts})$$

Exercice 3 (5)

La fréquence d'un photon qui possède une énergie égale à l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène :

- Par définition l'énergie d'un photon égale à :

$$E = h f \quad (0.5\text{pts})$$

D'où

$$f = \frac{E}{h} \quad (0.5\text{pts})$$

A.N

$$f = \frac{1.3 \times 10^6}{6.62 \times 10^{-34} \times 6.023 \times 10^{23}} = 3.26 \times 10^{15} \text{ Hz} \quad (1.5\text{pts})$$

- La longueur d'onde :

$$f = c/\lambda \quad \text{d'où } \lambda = c/f \quad (0.5\text{pts})$$

$$\text{A.N : } \lambda = \frac{3 \times 10^8}{3.26 \times 10^{15}} = 0.92 \times 10^{-7} \text{ m} = 92 \text{ nm} \quad (2.0\text{pts})$$