

## Semestre 5 :

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14-16 sem	C	TD	TP	Autres			Continu	Examen
<b>UE fondamentales</b>						<b>13</b>	<b>22</b>		
<b>UEF 5.1 (O/P)</b>									
<b>UEF5.1.1:</b> Mesure et Intégration	67h30	3h	1h30			4	6	X	X
<b>UEF5.1.2:</b> Introduction à l'analyse Hilbertienne	45h	1h30	1h30			3	5	X	X
<b>UEF5.2(O/P)</b>									
<b>UEF5.2.1:</b> Equations Différentielles	67h30	3h	1h30			4	6	X	X
<b>UEF5.2.2:</b> Equations de la physique mathématique	45h	1h30	1h30			2	5	X	X
<b>UE méthodologie</b>						<b>2</b>	<b>5</b>		
<b>UEM5.1(O/P)</b>									
<b>UEM5.1.1 :</b> Optimisation sans contraintes	67h30	1h30	1h30	1h30		2	5	X	X
<b>UE découverte</b>						<b>1</b>	<b>3</b>		
<b>UED5.1(O/P)</b>									
<b>UED5.1.1 :</b> Initiation à la didactique des mathématiques	22h30	1h30				1	3		X
<b>Total Semestre 5</b>	315h	12h	7h30	1h30		<b>16</b>	<b>30</b>		

## - Programme détaillé par matière des semestres S5

(1 fiche détaillée par matière)

(Tous les champs sont à renseigner obligatoirement)

**Semestre : 05**

**Unité d'enseignement : Fondamentale**

**Matière : Mesure et Intégration**

**Crédits : 6**

**Coefficient : 4**

**Objectifs de l'enseignement:** Faire découvrir à l'étudiant une nouvelle théorie qui est la théorie de la mesure ainsi que son application aux probabilités, le plaçant dans un nouveau contexte d'espaces qui sont les espaces mesurés, par suite une large théorie sur l'intégration est définie, en particulier celle de Lebesgue lui permettant de se familiariser avec les grands résultats de l'intégration tels le théorème de la convergence dominée de Lebesgue et les théorèmes de Fubini.

**Connaissances préalables recommandées :** Algèbre 1 et 2, Topologie

**Contenu de la matière :**

**Chapitre 1: Tribus et mesures**

- Rappels sur la théorie des ensembles.
- Algèbres et tribus.
- Mesures positives, probabilité.
- Propriétés des mesures, mesures extérieures, mesures complètes
- La mesure de Lebesgue sur la tribu des boréliens

**Chapitre 2: Fonctions mesurables, variables aléatoires**

- Fonctions étagées.
- Fonctions mesurables et variables aléatoires.
- Caractérisation de la mesurabilité.
- Convergence p.p et convergence en mesure.

**Chapitre 3: Fonctions intégrables**

- Intégrale d'une fonction étagée positive.
- Intégrale d'une fonction mesurable positive.
- Intégrale d'une fonction mesurable.
- Comparaison de l'intégrale de Lebesgue avec l'intégral de Riemann
- Mesure et densité de probabilité
- Convergence monotone et lemme de Fatou
- L'espace  $L^1$  des fonctions intégrables
- Théorème de convergence dominée dans  $L^1$
- Continuité et dérivabilité sous le signe somme

**Chapitre 4: Produit d'espaces mesurés**

- Mesure produit, définition
- Théorème de Fubini et conséquences

**Mode d'évaluation: Examen (60%) , contrôle continu (40%)**

**Références:**

1. N. Boccara, Intégration, ellipses, 1995.
2. Hadj El Amri, Mesures et intégration.
3. Roger Jean, Mesures et intégration.
4. O. Arino, Mesures et intégration (exercices).

**Semestre :5**

**Unité d'enseignement : Fondamentale**

**Matière : Introduction à l'analyse Hilbertienne**

**Crédits :5**

**Coefficient : 3**

**Objectifs de l'enseignement :** Apprendre aux étudiants l'importance et la particularité des espaces de Hilbert comme étant une classe des espaces normés. Faire apparaitre des résultats propre à cet espace.

**Connaissances préalables recommandées :** Analyse1, analyse2, analyse3, topologie

### **Contenu de la matière :**

#### **Chapitre1 : Espaces de Hilbert**

1.1 Définitions (produit scalaire, inégalité de Cauchy-Schwartz)

1.2 Orthogonalité, théorème de la projection, théorème de Riesz.

1.3 Système orthogonal (inégalité de Bessel-Parseval), base

1.4 Systèmes orthonormés

1.5 séries de Fourier

1.6 Systèmes orthonormés complets dans des espaces concrets.

#### **Chapitre2 : Introduction aux opérateurs linéaires bornés**

2.1 Définitions. Exemples. Norme d'un opérateur borné.

2.2 Espace  $L(H)$  des opérateurs linéaires bornés - Exemples d'opérateurs bornés.

**Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)**

#### **Références:**

1) Brezis H. Analyse Fonctionnelle, Théorie et Applications

3) Lacombe G., Massat P. Analyse Fonctionnelle. Exercices corrigés, DUNOT

3) Riesz F., Nagy B. Sz Leçons d'analyse fonctionnelle

4) Sonntag Y. Topologie et Analyse Fonctionnelle, Cours et exercices, Ellipses, 1997, Gauthier&Villars

**Semestre :05**

**Unité d'enseignement : Fondamentale**

**Matière : Equations différentielles**

**Crédits :6**

**Coefficient :4**

**Objectifs de l'enseignement :** Cette matière enseigne les notions et les théorèmes fondamentaux permettant l'étude qualitative des équations différentielles ordinaires.

**Connaissances préalables recommandées :** Analyse Réelle et Algèbre Linéaire, topologie

## **Contenu de la matière :**

### **Chapitre1 : Equations du 1<sup>er</sup> ordre**

- 1-1 Résultats fondamentaux
- 1-2 Existence locale et globale, unicité
- 1-3 Dépendance par rapport aux conditions initiales.

### **Chapitre2 : Equations d'ordre supérieur-Systèmes d'ordre 1**

### **Chapitre3 : Systèmes linéaires**

- 3-1 Exponentielle de la matrice
- 3-2 Systèmes avec second ordre
- 3-3 Résolvante

Chapitre4 : Introduction aux notions de stabilité.

**Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)**

### **Références :**

- 1- M. Roseau : Equations différentielles.
- 2- J.P. Demailly : Analyse numérique et équations différentielles.
- 3- F. Rideau : Exercices de calcul différentiel.
- 4- V. Arnold : Equations différentielles ordinaires.

**Semestre :5**

**Unité d'enseignement : Fondamentale**

**Matière : Equation de la physique mathématique**

**Crédits :5**

**Coefficient :2**

**Objectifs de l'enseignement :** Ce cours est sensé fournir les outils mathématiques utilisés dans les sciences technique (mécanique, électrotechnique, géophysique...)

**Connaissances préalables recommandées :** Analyse Réelle et Algèbre Linéaire, topologie

**Contenu de la matière :**

**Chapitre1 :** EDP d'ordre1-Méthodes des caractéristiques

1-1 Cas linéaire

1-2 Cas quasi-linéaire

1-3 Cas non linéaire

**Chapitre2 :** EDP linéaires du second ordre, caractéristiques, classification, formes standard.

**Chapitre3 :** Méthode de séparation des variables (de Fourier).

**Chapitre 4 :** Equation de Laplace, fonctions harmoniques, noyau de Poisson.

**Chapitre 5 :** Equations des ondes (formule de Kirchhoff).

**Chapitre 6 :** Equation de la chaleur (intégrale de Poisson).

**Mode d'évaluation :Examen (60%) , contrôle continu (40%)**

**Références:**

1. Nikolenko V. Equations de la physique mathématique. UM, Moscou, 1981.
2. Reinhard H. Equations aux dérivées partielles. Dunod, paris, 2001.
3. Baddari K, Abbassov A. Equations de la physique mathématique appliquées. OPU ; 2009.

**Unité d'enseignement : Méthodologie**

**Matière : Optimisation sans contraintes**

**Crédits :5**

**Coefficient :2**

**Objectifs de l'enseignement :** Le module propose une introduction à l'optimisation sans contraintes. Un étudiant ayant suivi ce cours saura reconnaître les outils et résultats de base en optimisation ainsi que les principales méthodes utilisées dans la pratique. Des séances de travaux pratiques sont proposées pour être notamment implémentés sous le logiciel de calcul scientifique Matlab et ce, afin d'assimiler les notions théoriques des algorithmes vues en cours.

**Connaissances préalables recommandées :** Notions de base de calcul différentiel dans  $\mathbb{R}^n$ .

**Contenu de la matière :**

**Chapitre1 : Quelques rappels de calcul différentiel, Convexité**

- 1.1 Différentiabilité, gradient, matrice hessienne
- 1.2 Développement de Taylor
- 1.3 Fonctions convexes

**Chapitre2 : Minimisation sans contraintes**

- 2.1 Résultats d'existence et d'unicité
- 2.2 Conditions d'optimalité du 1<sup>er</sup> ordre
- 2.3 Conditions d'optimalité du 2<sup>nd</sup> ordre

**Chapitre3 : Algorithmes**

- 3.1 Méthode du gradient
- 3.2 Méthode du gradient conjugué
- 3.3 Méthode de Newton
- 3.4 Méthode de relaxation
- 3.5 Travaux pratiques

**Mode d'évaluation : Examen (60%) , contrôle continu (40%)**

**Références:**

1. M. Bierlaire, Introduction à l'optimisation différentiable, PPUR, 2006.
2. J-B. Hiriart-Urruty, Optimisation et analyse convexe, exercices corrigés, EDP sciences, 2009.

**Semestre :5**

**Unité d'enseignement : Découverte**

**Matière : Initiation à la didactique des mathématiques**

**Crédits :3**

**Coefficient : 1**

**Objectifs de l'enseignement**

Ce programme contient trois composantes qui sont: l'introduction, le programme de la didactique et quelque référence. L'introduction contient les orientations pédagogiques. Le programme contient le volume horaire, les résultants attendus (fin de l'année) et le contenu.

**Connaissances préalables recommandées :** Bagage minimal d'un universitaire

**Contenu de la matière :**

**1/ Pourquoi la didactique des mathématiques?**

- **L'objet de la didactique** (approche historique d'émergence et évolution de la didactique, didactique et sciences de l'éducation, didactique et pédagogie).
- **L'approche systémique** (les trois pôles de la didactique).
- **Quelques travaux en didactique** (les travaux sur l'ingénierie didactique, transposition didactique, dialectique entre outil-objet, le champ conceptuel, la théorie des situations didactiques, l'acquisition des connaissances, les obstacles épistémologiques).

**2/ Comment fonctionne le savoir mathématique?** (Qu'est ce qui le différencie du savoir d'autres sciences ?).

**Epistémologie et l'enseignement des mathématiques:**

- Epistémologie et didactique (la didactique et son rapport avec l'histoire des sciences, formation des notions mathématiques, les caractéristiques épistémologiques et le questionnement didactique).
- Epistémologie, représentations et rapport au savoir.
- Evolution historique pour quelques concepts mathématiques (les nombres, types de géométries,...).

**3/Comment les élèves apprennent-ils?**

**Epistémologie génétique et didactique:**

- Conceptions sur l'apprentissage (théorie traditionnelle, behaviourisme, constructivisme).
- Quelques tendances en psychologie cognitive (les théories behaviourisme, cognitivisme et l'épistémologie génétique).

**4/Travaux dirigés**

- Identifier les variables didactiques influentes dans l'apprentissage des notions mathématiques.
- Illustrer par des exemples puis dans le domaine des mathématiques le rapport entre l'analyse épistémologique et questionnement didactique.
- Etudier différentes conceptions historiques pour une notion mathématique et comparaison avec les définitions données dans les manuels scolaires.
- Conceptions des élèves à propos des notions mathématiques comme : la continuité, l'intégrale, la différentielle, structures additives, les nombres entiers,...
- Identifier (dans un programme d'enseignement), les nouvelles notions et celles qui demandent un travail approfondi, puis exploiter le champ conceptuel.

**Mode d'évaluation : Examen**

**Références**

- M. HENRY (1991), Didactique des Mathématiques, Irem de Besançon.
- Y. CHEVALLARD & M. A. JOHSUA (1991), La transposition didactique, La Pensée Sauvage.
- Y. CHEVALLARD (1982), Sur l'ingénierie didactique, L'IREM d'Aix-Marseille.
- R. DOUDY, Rapport enseignement-apprentissage: dialectique outil- objet ; jeux de cadres, Les cahiers de didactique n° 3, IREM de Paris VII.
- G. VERGNAUD (1991), La théorie des champs conceptuels: Recherches en Didactique des Mathématiques n° 6, Vol. 10, n° 2 , 3.
- G. BROUSSEAU (1983), Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, RDM Vol. 4, n° 2.
- M. ARTIGUE (1989), Epistémologie et didactique, Cahier de didirem n° 3, IREM de Paris VII.
- J. P. ASTOLFI & M. DEVELAY (1989), La didactique des sciences, Presses Universitaires de France.
- S. JOHSUA & J. J. DUPIN (1993), Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques, Presses Universitaires de France.
- J. P. ASTOLFI et al. (1997), Mots-clés de la didactique des sciences, De Boeck Université.
- R. BIEHLER & R. W. SCHOLZ (1994), Didactics of mathematics as a scientific discipline, Mathematics Education Library.